Лабораторная работа №6

Абушек Дмитрий Олегович

НФИбд-01-20

* Изучить и построить модель эпидемии

## Теоретическое введение. Построение математической модели (1)

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

## Теоретическое введение. Построение математической модели (2)

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

## Теоретическое введение. Построение математической модели (3)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, то есть:

## Теоретическое введение. Построение математической модели (4)

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и

## Задание лабораторной работы. Вариант 1

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове в момент начала эпидемии число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

## Задачи:

Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп , , . Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случаях:

# Ход выполнения лабораторной работы

## Математическая модель

По представленному выше теоретическому материалу были составлены модели на обоих языках программирования.

# Решение с помощью программ

# Код

Julia

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 20000  
I0 = 88 # заболевшие особи  
R0 = 5 # особи с иммунитетом  
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи  
  
alpha = 0.6 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.2 # коэффициент выздоровления  
  
  
#I0 <= I\*  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = 0  
 du[2] = -beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 60.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
plt = plot(  
 dpi = 600,  
 legend = :topright)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label = "Восприимчивые особи",  
 color = :blue)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label = "Инфицированные особи",  
 color = :green)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label = "Особи с иммунитетом",  
 color = :red)  
  
savefig(plt, "lab06\_1.png")

using Plots  
using DifferentialEquations  
  
N = 20000  
I0 = 99 # заболевшие особи  
R0 = 5 # особи с иммунитетом  
S0 = N - I0 - R0 # здоровые, но восприимчивые особи  
  
alpha = 0.4 # коэффициент заболеваемости  
beta = 0.1 # коэффициент выздоровления  
  
  
#I0 > I\*  
function ode\_fn(du, u, p, t)  
 S, I, R = u  
 du[1] = -alpha\*u[1]  
 du[2] = alpha\*u[1] - beta\*u[2]  
 du[3] = beta\*I  
end  
  
v0 = [S0, I0, R0]  
tspan = (0.0, 120.0)  
prob = ODEProblem(ode\_fn, v0, tspan)  
sol = solve(prob, dtmax=0.05)  
S = [u[1] for u in sol.u]  
I = [u[2] for u in sol.u]  
R = [u[3] for u in sol.u]  
T = [t for t in sol.t]  
  
plt = plot(  
 dpi=600,  
 legend=:right)  
  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 S,  
 label="Восприимчивые особи",  
 color=:blue)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 I,  
 label="Инфицированные особи",  
 color=:green)  
plot!(  
 plt,  
 T,  
 R,  
 label="Особи с иммунитетом",  
 color=:red)  
  
  
savefig(plt, "lab06\_2.png")

OpenModelica

model lab61  
  
Real N = 20000;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real alpha = 0.6;  
Real beta = 0.2;  
initial equation  
I = 99;  
R = 5;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = 0;  
der(I) = -beta\*I;  
der(R) = beta\*I;  
  
end lab61;

model lab62  
  
Real N = 20000;  
Real I;  
Real R;  
Real S;  
Real alpha = 0.4;  
Real beta = 0.1;  
initial equation  
I = 99;  
R = 5;  
S = N - I - R;  
equation  
der(S) = -alpha\*S;  
der(I) = alpha\*S - beta\*I;  
der(R) = beta\*I;  
  
  
end lab62;

## Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая

(графики численности особей трех групп , , , когда больные изолированы)

![“График, построенный на языке Julia”](data:text/html; charset=utf-8;base64,)

“График, построенный на языке Julia”

|  |
| --- |
| “График, построенный на языке Open Modelica” |

“График, построенный на языке Open Modelica”

## Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для случая

(графики численности особей трех групп , , , когда больные могут заражать особей группы )

|  |
| --- |
| “График, построенный на языке Julia” |

“График, построенный на языке Julia”

|  |
| --- |
| “График, построенный на языке Open Modelica” |

“График, построенный на языке Open Modelica”

## Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

* В итоге проделанной работы мы построили графики зависимости численности особей трех групп S, I, R для случаев, когда больные изолированы и когда они могут заражать особей группы S.
* Построение модели эпидемии на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

# Вывод

## Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эпидемии и построена модель на языках Julia и Open Modelica.

## Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Конструирование эпидемиологических моделей: https://habr.com/ru/post/551682/